

RENDICONTI  
DELLE SEDUTE  
DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI  
Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

---

Ferie Accademiche.

(Ogni Memoria o Nota porta a pie' di pagina la data d'arrivo).

---

MEMORIE E NOTE  
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Superficie del 4° ordine con gruppi infiniti discontinui di trasformazioni birazionali.* Nota II del Corrispondente GINO FANO <sup>(1)</sup>.

4. La risoluzione in numeri interi di un'equazione omogenea di 2° grado fra 3 variabili, a coefficienti anche interi, si trova effettuata in lavori classici, e, fra questi, già nelle *Disquisitiones arithmeticæ* di Gauss (art. 299, III) <sup>(2)</sup>. Per l'equazione considerata nella Nota precedente <sup>(3)</sup>,

$$f = 4z^2 + 4xy + 6xz + 6yz = 0,$$

poichè  $f$  contiene  $x$  (e così anche  $y$ ) solo a primo grado, si ricava  $x = -\frac{2z^2 + 3yz}{2y + 3z}$ ; perciò, per valori interi arbitrari di  $y$  e  $z$  (tali che  $2y + 3z \neq 0$ ), si ricava un valore razionale di  $x$ , il quale, insieme coi precedenti, soddisfa l'equazione  $f = 0$ ; tale terna può rendersi intera (se  $x$  è fratto), moltiplicandola per un conveniente medesimo intero. Si hanno così tutte le soluzioni intere di  $f = 0$ , per le quali  $2y + 3z \neq 0$ ; mentre per  $2y + 3z = 0$  si ha soltanto  $y = z = 0$ ,  $x$  arbitrario. Queste soluzioni sono compendiate nelle formole di Gauss:

$$(3) \quad \begin{cases} x = -k(3pq + 2q^2) = -kq(3p + 2q) \\ y = k(3pq + 2p^2) = kp(2p + 3q) \\ z = k(2pq + 3q^2) = kq(2p + 3q) \end{cases}$$

<sup>(1)</sup> Presentata nella seduta del 4 giugno 1920.

<sup>(2)</sup> Ges. Werke, Bd. I, pag. 360.

<sup>(3)</sup> Questi Rendiconti, pag. 408.

dove  $p$  e  $q$  sono interi arbitrari, positivi, negativi o nulli (proporzionali alle  $y$  e  $z$  di poc' anzi), e  $k$  è un fattore di proporzionalità, suscettibile eventualmente anche di taluni valori fratti.

Ponendo  $2p + 3q = r$  (numero che sarà certo intero, ogni qualvolta siano tali  $p$  e  $q$ ), si ricava

$$p = \frac{r - 3q}{2}, \quad 3p + 2q = \frac{3r - 5q}{2};$$

e per conseguenza

$$x = \frac{k}{2}(5q^2 - 3rq) \quad y = \frac{k}{2}(r^2 - 3rq) \quad z = krq.$$

Scrivendo pertanto  $2k$  in luogo di  $k$ , e  $r$  in luogo di  $r$ , si hanno le soluzioni richieste sotto la forma

$$(4) \quad x = k(5q^2 - 3pq) \quad y = k(p^2 - 3pq) \quad z = k \cdot 2pq$$

dove ancora  $p$  e  $q$  sono interi, non entrambi nulli; e  $k$  (quando le espressioni per cui è moltiplicato risultano numeri non primi fra loro) può ricevere anche convenienti valori fratti <sup>(1)</sup>.

Poichè i fasci di curve ellittiche irriducibili della superficie  $F^4$ , quali a noi occorrono, corrispondono a valori di  $x, y, z$  primi fra loro possiamo limitarci a tener conto delle coppie  $p, q$  anche primi fra loro. In tale ipotesi:

1) Se  $p$  e  $q$  sono entrambi dispari, le tre espressioni  $5q^2 - 3pq$ ,  $p^2 - 3pq$  e  $2pq$  sono numeri tutti pari (e l'ultimo *non* divisibile per 4). Esse non ammettono invece il 2 come divisore comune, se dei due numeri  $p$  e  $q$  uno è pari e l'altro dispari; mentre il caso di  $p$  e  $q$  entrambi pari rimane escluso, essendosi supposti  $p$  e  $q$  primi fra loro.

2) Il prodotto  $2pq$  ammette, all'infuori del 2, i soli fattori primi di  $p$  e  $q$ , tutti distinti gli uni dagli altri. Ora, i fattori di  $q$  non divideranno certo  $p^2 - 3pq$ ; e, tra i fattori primi di  $p$ , il solo che possa dividere anche  $5q^2 - 3pq$ , e che dividerebbe in tal caso tutte e tre le espressioni moltiplicatrici di  $k$  nelle (4), è il 5; ben inteso, quando esso sia effettivamente un divisore di  $p$ .

<sup>(1)</sup> Le formole (4), per quanto appariscano meno simmetriche delle (3), si prestano meglio allo studio delle trasformazioni birazionali sopra  $F^4$ , poichè i fasci di cubiche  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$  si hanno rispett. per  $p=0, q=1, k=\frac{1}{5}$ ; e  $p=1, q=0, k=1$ . Allo scambio di  $x$  e  $y$  (rimanendo invariato  $z$ ) corrisponde la sostituzione a  $p, q, k$ , rispett., di  $5q, p, \frac{k}{5}$ .

Concludendo: Per avere i fasci di curve ellittiche irriducibili della superficie  $F^4$ , è sufficiente dare nelle (4) a  $p$  e  $q$  valori interi primi fra loro; e a  $k$

- il valore  $\frac{1}{2}$ , se  $p$  e  $q$  sono entrambi dispari, e  $p$  non multiplo di 5;
- "  $\frac{1}{5}$ , se  $p$  è multiplo di 5, e  $p$  e  $q$  non entrambi dispari;
- "  $\frac{1}{10}$ , se  $p, q$  sono entrambi dispari, e  $p$  multiplo di 5;
- " 1 in tutti gli altri casi.

Si potrà inoltre supporre positivo uno determinato dei numeri  $p$  e  $q$ , poichè  $x, y, z$  rimangono inalterati se  $p$  e  $q$  si cambiano di (solo) segno entrambi. Per  $p = 0$ , e quindi  $q = 1$  (se deve essere primo con  $p$ ), oppure  $q = 0, p = 1$ , si hanno rispett. i due fasci di cubiche  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$ .

5. Affinchè la curva ellittica  $x\gamma_1 + y\gamma_2 + zC$  di cui alla Nota prec., e dove  $x, y, z$  hanno valori dati dalle (4), sia effettiva e irriducibile, i parametri  $p$  e  $q$  devono ancora soddisfare a ulteriori condizioni. Ci limitiamo a stabilirle nell'ipotesi di  $p$  e  $q$  entrambi positivi, perchè già si è detto potersi così supporre per uno fra essi, mentre l'altro, come vedremo, può rendersi tale applicando l'involuzione I.

I tre moltiplicatori di  $k$  nelle (4), cioè i coefficienti dell'espressione

$$(5) \quad (5q^2 - 3pq)\gamma_1 + (p^2 - 3pq)\gamma_2 + 2pq \cdot C,$$

dovendo annullare la forma  $f$ , a coefficienti tutti positivi, non potranno essere tutti e tre del medesimo segno. D'altra parte il terzo,  $2pq$ , essendosi supposti  $p$  e  $q$  positivi, è certo positivo. E i primi due, se la curva in parola è irriducibile, non possono essere entrambi negativi. Invero, la somma dei tre coefficienti vale  $(p - 2q)^2 + q^2$ , ed è perciò positiva; per conseguenza, indicati i coefficienti stessi rispett. con  $-a_1, -a_2$  (negativi) e  $a_3$  (positivo), sarebbe  $a_3 > a_1 + a_2$ , e la (5) potrebbe scriversi

$$a_1(C - \gamma_1) + a_2(C - \gamma_2) + (a_3 - a_1 - a_2)(C \equiv a_1 r_1 + a_2 r_2 + (a_3 - a_1 - a_2)C)$$

con coefficienti tutti positivi; con che è manifesto trattarsi di un sistema riducibile, contenente un multiplo delle sezioni piane, e solo virtualmente di grado zero. Il risultato permane anche se  $a_1$  od  $a_2$  fosse nullo.

Per una curva irriducibile, fra i tre coefficienti della (5), ve ne sarà dunque sempre uno, e uno solo, negativo; e questo sarà uno fra i primi due. Quest'uno sarà inoltre, in valor assoluto, maggiore del terzo; poichè, se fosse negativo ad es. il primo, indicati i coefficienti con  $-a_1$  (negativo),  $a_2, a_3$  (positivi, e  $a_2$  eventualmente anche nullo), nell'ipotesi  $a_3 \geq a_1$ , la (5) potrebbe scriversi

$$a_1(C - \gamma_1) + a_2\gamma_2 + (a_3 - a_1)C \equiv a_1r_1 + a_2\gamma_2 + (a_3 - a_1)C$$

e si avrebbe di nuovo un sistema riducibile.

Se il primo coefficiente della (5) (cioè  $5q^2 - 3pq$ ) è negativo, e superiore in valore assoluto al terzo, si avrà  $3pq - 5q^2 > 2pq$ ; e perciò, essendo  $q$  positivo,  $p > 5q$ . Se invece le stesse condizioni sussistono per il secondo coefficiente, sarà  $3pq - p^2 > 2pq$ , ossia  $p < q$ .

Affinchè dunque la (5) (con opportuno coefficiente  $k$ ) sia una curva ellittica effettiva e irriducibile, dovrà essere verificata, per  $p$  e  $q$  positivi, una delle due diseguaglianze

$$p > 5q \quad \text{oppure} \quad p < q.$$

6. Le trasformazioni  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  costruite al n. 2 della Nota prec., mutando la forma  $f$  in se stessa, e perciò ogni soluzione intera dell'equazione  $f = 0$  in altra consimile, si rispecchiano in trasformazioni dei parametri  $p, q$ , che è facile assegnare.

Per l'involuzione  $\mathbf{I}$ , ci riferiamo alle formole (2a) del num. cit., ponendo in esse, in luogo di  $x, y, z$ , i valori dati dalle (4). Si ha così

$$x' = k(5q^2 + 3pq) \quad y' = k(p^2 + 3pq) \quad z' = -k \cdot 2pq,$$

espressioni che differiscono dalle (4) solo per il cambiamento di segno di uno (arbitrario) dei parametri  $p, q$  (e supponiamo sia  $q$ , ritenendo invece sempre  $p \geq 0$ ). L'involuzione  $\mathbf{I}$  muta pertanto il parametro  $q$  in  $-q$  (lasciando invariato  $p$ ).

Similmente, dalle formole (2b), colla stessa sostituzione, ed eseguendo alcune riduzioni, si ricava

$$\begin{aligned} x' &= k\{5(q+2p)^2 - 3p(q+2p)\} & y' &= k\{p^2 - 3p(q+2p)\} \\ z' &= k \cdot 2p(q+2p). \end{aligned}$$

La trasformazione  $\mathbf{F}_1$  muta il parametro  $q$  in  $q+2p$  (lasciando anch'essa  $p$  invariato) <sup>(1)</sup>.

Infine le formole (2c) danno

$$\begin{aligned} x' &= k\{5q^2 - 3(p+10q)q\} & y' &= k\{(p+10q)^2 - 3(p+10q)q\} \\ z' &= k \cdot 2(p+10q)q; \end{aligned}$$

vale a dire: La trasformazione  $\mathbf{F}_2$  muta  $p$  in  $p+10q$ , lasciando invece invariato  $q$ .

Le operazioni  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{F}_1$ ,  $\mathbf{F}_2$  operano dunque sui parametri  $p$  e  $q$  mediante le sostituzioni lineari:

$$\mathbf{I} \left\{ \begin{array}{l} p' = p \\ q' = -q \end{array} \right. \quad \mathbf{F}_1 \left\{ \begin{array}{l} p' = p \\ q' = 2p + q \end{array} \right. \quad \mathbf{F}_2 \left\{ \begin{array}{l} p' = p + 10q \\ q' = q \end{array} \right.$$

<sup>(1)</sup> In particolare, dalla coppia  $p=1, q=0$ , corrispondente (per  $k=1$ ) al fascio di cubiche  $\gamma_2$ , si passa a  $p=1, q=2$ , onde  $x=14, y=-5, z=4$ , come è appunto nella formola che esprime  $\gamma'_2$  nella sostituzione (2b).

il che, d'altronde, è inerente al fatto che il rapporto  $\frac{p}{q}$  può considerarsi come coordinata proiettiva sulla conica  $f=0$ . Sopra questa conica, la  $\mathbf{I}$  determina l'involuzione avente gli elementi doppi  $p=0, q=1$  e  $p=1, q=0$  (cioè i fasci  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$ ), mentre  $\mathbf{\Gamma}_1$  e  $\mathbf{\Gamma}_2$  determinano proiettività paraboliche cogli stessi due elementi, rispett., come doppi <sup>(1)</sup>.

7. Consideriamo ora sulla superficie  $F^4$  un qualsiasi fascio di curve ellittiche effettive, irriducibili, le quali corrisponderanno al tipo (5), con un eventuale coefficiente  $k$ , e per certi valori interi di  $p$  e  $q$ , primi fra loro, il primo dei quali può supporsi positivo.

Se  $q$  è negativo, si applichi a tale fascio l'involuzione  $\mathbf{I}$ ; il fascio trasformato corrisponderà al medesimo valore di  $p$ , e al valore eguale ed opposto al precedente, perciò positivo, di  $q$ . Si indichi con  $|\delta|$  questo nuovo fascio, e eventualmente lo stesso fascio precedente, se il primitivo  $q$  era già positivo. Per tale fascio  $|\delta|$  sarà  $p > 5q$ , oppure  $p < q$ .

Nella prima ipotesi, si applichi a  $|\delta|$  l'operazione  $\mathbf{\Gamma}_2^{-1}$  (inversa di  $\mathbf{\Gamma}_2$ ), eventualmente più volte di seguito, finchè, per la prima volta, la  $p$  corrispondente al nuovo fascio (la quale  $p$  percorrerà la progressione aritmetica  $p - 10q, p - 20q, \dots$ ) risulti inferiore o eventualmente anche eguale a  $5q$  (avvertendo che la  $q$  rimarrà frattanto invariata). Per questo nuovo fascio, la  $p$  sarà certo compresa fra  $+5q$  e  $-5q$ , incluso il primo limite, potendo tuttavia essere positiva, negativa, o nulla; però quest'ultimo caso si presenterà solo se inizialmente  $q = 1$  (se no i primitivi  $p$  e  $q$  non sarebbero stati primi fra loro). Se detta  $p$  è negativa, si applichi ancora, a seguito, l'involuzione  $\mathbf{I}$ , rendendo per tal modo positiva la  $p$ . Essendo pertanto ora la  $p$  positiva e  $\leq 5q$ , essa dovrà anche risultare necessariamente  $< q$  (ultimo enunciato del n. 5).

A quest'ultimo fascio (se la sua  $p$  non è nulla), e così anche al fascio  $|\delta|$  di cui sopra, se per esso, anzichè  $p > 5q$ , è  $p < q$ , si applichi l'operazione

(1) Le trasformazioni birazionali (non cicliche) del tipo di  $\mathbf{\Gamma}_1$  e  $\mathbf{\Gamma}_2$ , aventi per traiettorie le curve ellittiche di un fascio  $|\gamma|$ , e costruite col procedimento Enriques applicato al n. 2, b) della Nota prec., non possono lasciare invariato, sulla superficie di cui trattasi, nessun altro sistema lineare di curve; perchè se no, sopra le  $\gamma$ , i gruppi di punti segnati da queste ultime curve verrebbero trasformati in gruppi equivalenti; e allora anche i gruppi di punti che, per ipotesi, si erano supposti avere i rispettivi multipli tutti incongrui (al n. 2 cit. erano  $A + B + C$  ed  $M$ ) più non sarebbero tali. Si tratta dunque di operazioni che, nel campo ternario, non possono lasciare invariato nessun punto ulteriore della conica  $f=0$ , all'infuori di quello che è immagine del fascio  $|\gamma|$ ; perchè se un altro punto unito vi fosse sopra  $f=0$ , esso sarebbe anche razionale, e perciò immagine di un sistema lineare effettivo, di grado virtuale zero. Tali operazioni determinano perciò necessariamente, sopra  $f=0$ , sostituzioni paraboliche; e i gruppi che le contengono sono, per conseguenza, « commensurabili » col gruppo modulare [Klein-Fricke, *Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen*, Bd. 1 (Leipzig 1897), pag. 518].

$\Gamma_1^{-1}$  (inversa di  $\mathbf{I}_1$ ), eventualmente più volte, finchè la  $q$  corrispondente al nuovo fascio, percorrendo la successione  $q - 2p, q - 4p, \dots$ , risulti per la prima volta  $\leq p$  (mentre  $p$  stessa rimane invariata). L'ultima  $q$  sarà pertanto compresa fra  $+p$  e  $-p$ ; e se è negativa, la si renderà positiva applicando ancora, a seguito, l'involuzione  $\mathbf{I}$ . Dopo di ciò la  $q$  sarà positiva (o nulla) e  $\leq p$ ; sarà perciò di nuovo  $p > 5q$ . E allora, se l'ultima  $q$  non è nulla, si riprenderà da capo il procedimento.

Poichè i numeri  $p$  e  $q$  vanno, alternativamente e gradatamente, diminuendo di valore assoluto, il procedimento avrà certo termine; e terminerà quando uno di essi sarà ridotto a zero. Allora l'altro risulterà certamente eguale all'unità (se no i primitivi  $p$  e  $q$  avrebbero avuto massimo comun divisore  $> 1$ ); e il fascio corrispondente sarà  $|\gamma_1|$  oppure  $|\gamma_2|$ .

Concludiamo: *Qualunque fascio di curve ellittiche, effettive e irriducibili, esistente sopra la superficie  $F^4$ , si può ricavare da uno dei fasci di cubiche  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$  con un prodotto di trasformazioni  $\mathbf{I}, \Gamma_1, \Gamma_2$ .*

8. Riesce ora facile un ultimo passo, per accertare che il gruppo complessivo delle trasformazioni birazionali di  $F^4$  si può generare colle sole tre operazioni sopra menzionate.

Infatti, una qualsiasi trasformazione birazionale  $S$  della superficie  $F^4$  muterà il fascio di cubiche  $|\gamma_1|$  in un certo fascio di curve ellittiche, effettive e irriducibili,  $|\delta|$ . Applicando a  $|\delta|$  una conveniente successione  $\Pi$  di operazioni  $\mathbf{I}, \Gamma_1$  e  $\Gamma_2$  (in conformità del num. prec.), trasformeremo  $|\delta|$  stesso di nuovo in uno dei fasci di cubiche  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$ ; e supponiamo di averlo trasformato in  $\gamma_1$  (vedremo anzi tosto che deve essere così). Il prodotto  $S \cdot \Pi$  sarà pertanto una trasformazione che lascia fermo il fascio  $|\gamma_1|$ ; esso dovrà quindi mutare le  $\gamma_2$  in curve del tipo (5), con un eventuale coefficiente  $k$ , le quali, al pari delle  $\gamma_2$ , incontrino le  $\gamma_1$  in 2 punti; ciò che si esprime colla relazione:

$$k \{(5q^2 - 3pq) \cdot 0 + (p^2 - 3pq) \cdot 2 + 2pq \cdot 3\} = 2$$

ossia  $kp^2 = 1$ , soddisfatta solo per  $k = p = 1$ . Ora alle coppie  $(1, q)$  corrispondono, per  $q$  pari (positivo o negativo), i fasci ottenuti da  $|\gamma_2|$  applicando  $q:2$  volte l'operazione  $\Gamma_1$ ; mentre per  $q = 1$ , e conseguentemente per ogni valore dispari di  $q$ , si hanno sistemi riducibili ( $|\gamma_1 - \gamma_2 + C| = |\gamma_1 + r_2|$ , e suoi trasformati). Applicando dunque ancora una conveniente potenza (negativa o positiva) di  $\Gamma_1$ , giungeremo a una trasformazione che lascerà fermi entrambi i fasci di cubiche  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$ ; e questa, per quanto è detto al n. 2, a) della Nota prec., non può essere che la  $\mathbf{I}$ , oppure la identità <sup>(1)</sup>.

(1) In altri termini, quest'ultimo ragionamento prova che ogni trasformazione birazionale di  $F^4$ , la quale lasci invariato il fascio di cubiche  $|\gamma_1|$ , è un prodotto di operazioni  $\mathbf{I}$  e  $\Gamma_1$ ; più particolarmente una potenza di  $\Gamma_1$ , o il prodotto di una tale potenza per  $\mathbf{I}$ , secondo che sulle  $\gamma_1$  essa subordina una trasformazione di 2<sup>a</sup> o di 1<sup>a</sup> specie.

Non è possibile invece che dal fascio  $|\delta|$ , trasformato di  $|\gamma_1|$  mediante la  $\mathbf{S}$ , nasca, con un prodotto di operazioni  $\mathbf{I}$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$ , il fascio  $|\gamma_2|$ , anzichè di nuovo  $|\gamma_1|$ ; perchè, in modo del tutto analogo, si giungerebbe allora ad una trasformazione birazionale di  $F^4$  la quale, anzichè lasciare invariato ciascuno dei fasci  $|\gamma_1|$  e  $|\gamma_2|$ , li scambierebbe tra loro; e questo sappiamo che non è possibile <sup>(1)</sup>.

Pertanto: *Il gruppo (infinito, discontinuo) <sup>(2)</sup> di tutte le trasformazioni birazionali della superficie  $F^4$  è generato dalle tre operazioni  $\mathbf{I}$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$ .*

È ovvio che, come operazioni generatrici di tale gruppo, si possono prendere anche le *tre involuzioni*  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I} \cdot \Gamma_1$  e  $\mathbf{I} \cdot \Gamma_2$ ; queste ultime due, come venne incidentalmente osservato al n. 2, b) della Nota prec., consistono nella proiezione doppia di ogni cubica  $\gamma_1$  o rispett.  $\gamma_2$  dal punto tangenziale di quello in cui essa si appoggia ad  $r_2$ , o rispett. ad  $r_1$ .

Il gruppo anzidetto si rispecchia in un gruppo oloedricamente isomorfo di sostituzioni lineari intere, di modulo  $\pm 1$ , della forma  $f = 4z^2 + 4xy + 6xz + 6yz$ , generato dalle sostituzioni (2a), (2b) e (2c) della Nota prec. Quest'ultimo gruppo non è però il gruppo totale di trasformazioni lineari intere della forma  $f$ ; e nella Nota prec. vennero appunto indicati due tipi di sostituzioni lineari contenute nel gruppo totale della forma  $f$ , e che non sono immagini di trasformazioni birazionali sopra  $F^4$ .

(1) In luogo della relazione  $k\bar{p}^2 = 1$  si troverebbe, nel caso attuale,  $5kq^2 = 1$ , che ammette l'unica soluzione  $k = 1/5$ ,  $q = 1$ . Alla coppia  $(p, 1)$  corrispondono, se  $p$  è multiplo di 10, il fascio  $|\gamma_1|$  ( $p = 0$ ) e i suoi trasformati mediante potenze di  $\Gamma_2$ ; e, negli altri casi, sistemi riducibili. Basta infatti verificarlo per  $p$  compreso fra  $-5$  e  $+5$ ; perciò anche solo per  $0 < p \leq 5$ ; e in questi casi, essendo  $q = 1$ , non è né  $p < q$ , né  $p > 5q$ .

(2) E anzi *impropriamente discontinuo*, perchè in un intorno comunque piccolo di un punto generico di  $F^4$  (e più particolarmente sulle stesse curve  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  passanti per tale punto) esistono punti distinti dal primo e ad esso equivalenti.

Geologia. — *Osservazioni sui giacimenti di bauxite dell'Appennino, dell'Istria e della Dalmazia.* Nota dell'ing. dott. CAMILLO CREMA, presentata dal Socio C. F. PARONA<sup>(1)</sup>.

È risaputo che nell'Appennino centrale e meridionale, dove la serie cretacea assume la cosiddetta *facies* abruzzese, fra gli strati cenomaniani e quelli turoniani si interpone con continuità una potente zona di calcari, contraddistinti dalla presenza di piccole Requienie, le quali si presentano sulla superficie della roccia in caratteristiche sezioni anulari di color cereo-scuro, e sono talvolta così numerose da dare al calcare il carattere di lumachella, ma, per l'impossibilità di fornire buone preparazioni degli esemplari tenacemente legati alla roccia, restarono lungamente indeterminate finchè, or non è molto, mi venne fatto, dopo laboriose ricerche, di ritrovarne qualche individuo ben conservato che il prof. C. F. Parona potè riferire alla *R. parvula* Costa. Con le Requienie compaiono in questi calcari numerosi individui di *Monopleura Schnarrenbergeri* Par., le cui sezioni, analoghe a quelle delle Requienie, se ne distinguono per la minore regolarità.

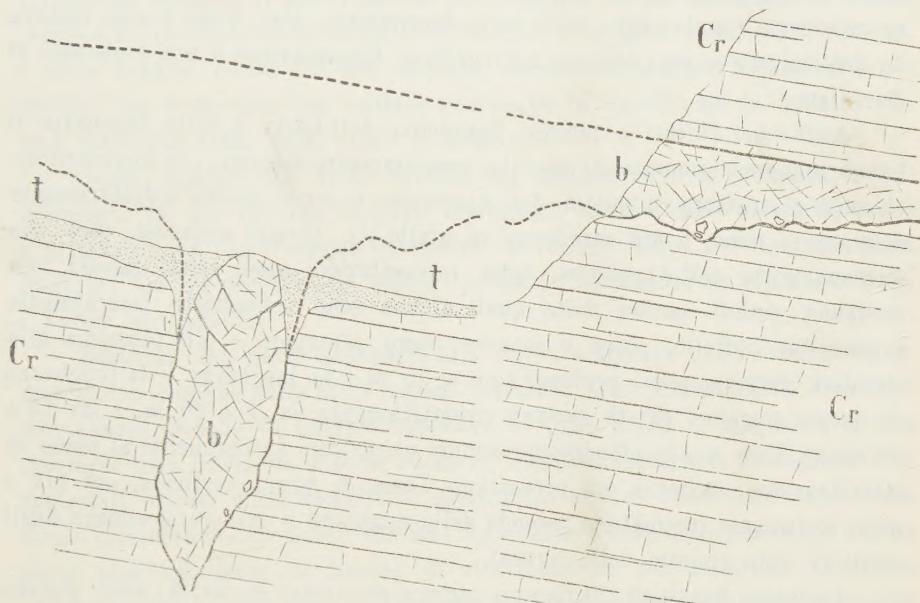
Ma l'importanza di questi calcari, più ancora che nel loro interesse stratigrafico, sta nell'essere la sede della bauxite. Nell'Aquilano si volle mettere, è vero, qualche affioramento bauxitico in relazione con terreni cenozoici, ma tale riferimento non fu confermato; anzi, per la conoscenza che ho dei luoghi, credo di poterlo escludere. Parecchi giacimenti hanno bensì il tetto formato da calcari del Miocene medio, ma è facile di riconoscere che ciò si verifica perchè la massa bauxitica, dopo essere stata messa a nudo, anzi in parte abrasa, per la potente erosione subita dai calcari cretacei in conseguenza del diastrofismo posteocenico, venne poi a ricevere un nuovo manto calcareo: ed anche in questi casi si può osservare che il minerale si trova nei calcari a piccole Requienie, come ha luogo per gli altri giacimenti che hanno conservato l'originaria copertura cretacea.

In questi (v. lato destro della figura) la massa bauxitica (*b*) si presenta in forma di grandi lenti irregolari: al tetto termina con una superficie che seconda il piano di deposito dei calcari (*C<sub>r</sub>*); al letto invece riposa su di una superficie irregolare, penetrando nelle fessure del calcare ed avvolgendone anche qualche frammento; nell'ammasso bauxitico manca sempre qualsiasi traccia di stratificazione. Infine, in prossimità del deposito i calcari presentano maggior compattezza e si colorano più o meno intensamente in giallo, rosso, rosso-bruno; in molti casi anzi, come a Vitulano, Trevolischi, Casamaina, ecc., fanno passaggio a veri marmi brecciati.

(<sup>1</sup>) Presentata nella seduta del 26 maggio 1920.

Queste osservazioni intorno al modo di presentarsi delle bauxiti dell'Appennino, per quanto sommarie, già si rivelarono capaci di fornire utili criteri per la ricerca dei depositi e la determinazione della loro consistenza; esse meritano inoltre qualche considerazione per la luce che porgono sul problema della loro genesi.

È chiaro, infatti, che la continuità di deposito presentata dai calcari che racchiudono i giacimenti considerati, il trovarsi questi confinati in un deter-



minato orizzonte geologico, la mancanza di stratificazione nella massa minerale ed infine il metamorfismo dei calcari a contatto, costituiscono un insieme di circostanze che mal si spiegherebbe attribuendo a queste bauxiti una provenienza comune con le cosiddette terre rosse, vale a dire un'origine dovuta all'alterazione di calcari emersi, mentre si accorderebbe perfettamente con l'ipotesi che il minerale si sia prodotto in fondo ai mari in conseguenza di fenomeni di origine profonda seguitisi al passaggio dal Cenomaniano al Turoniano.

Questo orizzonte a piccole Requienie passa anche sull'altra sponda dell'Adriatico, estendendovisi largamente. In un recente viaggio in Istria e Dalmazia potei infatti assicurarmi che gli strati a Requienie indeterminabili, costituenti la parte superiore del *Chamidenkalk* della Carta geologica austro-ungarica, considerati con qualche riserva dal Kerner come corrispondenti alla base del Turoniano, presentano la stessa fisionomia litologica e paleontologica dei calcari a Requienie dell'Appennino. Veramente non potei raccogliervi le due camacee, che caratterizzano questi ultimi, se non in frammenti ed in se-

zioni; ma queste sono così numerose e così perfettamente simili a quelle dei calcari dell'Aquilano, del Beneventano e dell'Avellinese, da ritenermi autorizzato a riferirle empiricamente alle stesse specie di *Requienia* e *Mono-pleura*, confortato in ciò anche dall'autorevole parere del prof. C. F. Parona, il quale volle gentilmente esaminare il materiale. In questi calcari ebbi invece la ventura di ritrovare presso Pisino e nei dintorni di Arbe valve di *Chondrodonta Joannae* Choff., specie che, confermando l'età turoniana di questi strati, permette di considerare la posizione del livello a piccole Requienie come fissata anche nella serie appenninica, dove, come è noto, restava da determinare se esso dovesse aggregarsi al Cenomaniano o, non piuttosto, al Turoniano.

Anche nei calcari a piccole Requienie dell'Istria e della Dalmazia si hanno numerosi ammassi di bauxite, assolutamente analoga, per composizione chimica e struttura, a quella dell'Appennino e come questa ordinariamente colorata in rosso, o più raramente in giallo (<sup>1</sup>). Questi ammassi però non formano, come nell'Appennino, delle intercalazioni negli strati calcari, ma occupano grandi sacche, delle quali alcune sono schiacciate lateralmente a guisa di battello, altre, a sezione meno allungata e più prossima alla circolare, formano pozzi profondi sino a 25 m.; la larghezza e la lunghezza di queste singolari cavità variano rispettivamente da 5 a 20 m. e da 15 a 60 metri. Esse si approfondiscono sempre nei calcari normalmente al piano di stratificazione; cosicchè ora presentano l'asse di figura verticale, ora più o meno fortemente inclinato, a seconda della maggiore o minore pendenza degli strati (v. lato sinistro della figura).

La massa bauxitica (b) riempie sempre per intero la cavità; anzi, quando il terreno non è troppo inclinato, ne sporge alquanto, e, attraversando la coltre di terra rossa (t) che copre abitualmente i calcari (C<sub>r</sub>), dà luogo, alla super-

(1) Nei pressi di Albona, di Veglia, di Punta Loni ed in altri pochi luoghi, colla bauxite rossa o gialla si incontrarono anche masse irregolari di color bianco o grigio, a pasta uniforme, priva delle caratteristiche pisoliti; inoltre fra la bauxite grigia e la rossa riscontrai sempre una zona di color rosa.

La varietà grigia è ricca di minimi cristalli di pirite; anzi deve la sua colorazione grigio-bluastra al solfuro di ferro finamente diviso. La bianca, ad occhio nudo, appare priva di pirite e ricca all'incontro di piccole dendriti, che al microscopio hanno l'apparenza di prodotti ferrosi neri, verisimilmente derivanti da piriti, poichè dalle analisi cortesemente eseguite dal dott. F. Ratto è risultato che esse contengono tracce abbondanti di solfo combinato a ferro. Le ricerche dello stesso dott. Ratto hanno ancora dimostrato che nella bauxite grigia si ha un tenore pressochè normale di allumina, ma che tutto il ferro si trova allo stato di solfuro, mentre nella varietà rosa lo zolfo si riduce a minime proporzioni e finalmente manca del tutto nella bauxite comune, rossa. La varietà rosa segna quindi un evidente passaggio dovuto alla trasformazione del solfuro nell'ossido di ferro che imbeve la pasta della bauxite comune. In quanto alla bauxite bianca, essa è costituita da ossido idrato di alluminio, pressochè puro.

ficie del terreno, ad un piccolo rigonfiamento caratteristico. Al contatto, fra la bauxite e la terra rossa talvolta si riscontrano tracce di rimaneggiamento, e quest'ultima s'insinua nelle fessure che attraversano in ogni senso l'ammasso bauxitico, ma non vi è mai passaggio fra i due materiali. La bauxite è sempre massiccia e solo si osserva talvolta una specie di scistosità secondo le pareti della sacca, e perciò normalmente al piano di stratificazione dei calcari. Assai più frequentemente che non nell'Appennino, la denudazione verificatasi durante il sollevamento postcretacico ha qui asportato la massa rocciosa sovrincombente al deposito di bauxite e la parte superiore di questo, e sulla bauxite, messa così allo scoperto, si depositarono poi formazioni cenozoiche; ma è sempre ben visibile che anche in questi casi la bauxite trovasi racchiusa tutta negli strati a Requienie.

Queste sacche, una volta vuotate dal minerale che le occupava, e specialmente se, per trovarsi in strati orizzontali, hanno l'asse verticale, danno a prima giunta l'impressione di cavità d'erosione, state poi riempite dalla bauxite; ma un più attento esame permette facilmente di escludere l'una e l'altra supposizione.

Basti da una parte accennare alla forma singolare delle sacche, certamente non comune nelle altre regioni calcaree; alla costanza della loro conformazione, benchè in numero superiore di gran lunga al migliaio; al non essersene mai rinvenuta alcuna vuota od occupata anche solo parzialmente da materiali diversi dalla bauxite, e soprattutto al loro presentarsi legate allo stesso orizzonte del cretacico, che nell'Appennino è sede della bauxite, e d'altra parte alla mancanza di tracce di stratificazione nel materiale bauxitico, all'essere questo costituito in gran parte od anche esclusivamente da pisoliti di varia grandezza, alla sua omogeneità di struttura ed alla mancanza in esso di elementi estranei, salvo qualche raro incluso calcareo in vicinanza delle pareti, dalle quali con ogni evidenza proviene.

A questo punto sorge spontaneo il pensiero che queste bauxiti, come hanno la stessa struttura, la stessa composizione e come compaiono allo stesso livello delle bauxiti appennine, ne ripetano anche il modo di origine; ciò che condurrebbe ad interpretare, come nella figura, le sacche quali canali di esplosione o, quanto meno, quali allargamenti di fessure preesistenti provocati dall'uscita di materiali endogeni, e le masse lenticolari intercalate negli strati calcari quali falde di espandimento.

La giacitura del minerale, apparentemente così diversa nelle due regioni considerate, sarebbe invece sempre la stessa; e la mancanza di giacimenti intatti, nei quali coesistano canali d'uscita e falde di espandimento, o, meglio, la localizzazione di queste due parti del giacimento, conseguirebbe dalle stesse cause che determinarono una diversa morfologia regionale. Così in Istria l'erosione, essendosi esercitata prevalentemente in piano sui calcari cretacei, avrebbe asportato le parti superiori dei depositi di bauxite rispettando invece le

sottostanti sacche verticali, e per la stessa ragione queste si sarebbero conservate in gran numero nelle isole ed in Dalmazia, benchè qui non manchi qualche raro giacimento a tipo abruzzese (per es. a Bescavecchia, a S. Gregorio, ecc.), nè, ciò che è più importante ancora, qualche giacimento costituito dal solo canale che però accenna più o meno chiaramente ad espandersi, dando luogo ad una falda laterale (ad es. a sud di Mondaneo). Nell'Appennino invece l'erosione, essendo stata essenzialmente laterale, è ovvio che debba aver di preferenza demolito i canali verticali; tuttavia sorprendeva l'assoluta mancanza, di questi ultimi anche tenendo conto che pochi giacimenti possono dirsi sufficientemente noti per essere stati oggetto di assaggi o di sfruttamento. Senonchè, quando già la presente nota era in parte redatta, gli ing. D. Chiaraviglio e M. Pirri, che nelle loro ricerche a scopo industriale volnero seguire i miei criteri sui giacimenti bauxitici, gentilmente mi informavano che un affioramento presso Dragoni mostrava di approfondirsi normalmente agli strati calcarei; ed avendo avuto occasione di visitarlo a scavi più avanzati in compagnia dell'ing. Zaccagna, risultò trattarsi di un giacimento nel quale si potevano per la prima volta osservare riunite estese falde di espandimento ed una grande sacca. L'annessa figura, disegnata per rendere una concezione puramente teorica, si trova così a corrispondere ad una sezione effettivamente esistente. Del resto la presenza degli strati a Requenie nelle masse calcaree tabulari del Preappennino adriatico e la recente scoperta della bauxite a S. Marco in Lassis ed a S. Giovanni Rotondo (Squinabol) fanno pensare che anche in Italia non debbano mancare giacimenti di tipo istriano.

Concludendo, parmi possa ormai ritenersi che l'orizzonte a piccole Requenie, così comune nell'Appennino, rappresenta la base del Turoniano e che esso si ritrova anche sull'altro lato dell'Adriatico con la stessa fauna e con identica fisonomia litologica resa più evidente dalla presenza dei numerosi affioramenti bauxitici, dei quali è sede in entrambe le regioni. Tali giacimenti presentano a prima vista condizioni affatto diverse di giacitura, ma in realtà queste sarebbero sempre le stesse e le differenze, che si osservano, puramente contingenti e da attribuirsi alle stesse cause che determinarono una diversa morfologia regionale. Non mi nascondo le incertezze che rimangono da rimuovere, ma mi sono principalmente proposto di segnalare agli studiosi alcuni fatti che non permetterebbero, a mio avviso, di considerare quali prodotti eluviali, le bauxiti dell'Appennino, dell'Istria e della Dalmazia come per queste ultime venne anche recentemente sostenuto con tanta dottrina dal Kerner. Oltrechè nei calcari a Requenie, le bauxiti, come è noto, si ritrovano in Dalmazia anche nei calcari del Trias, ed in quelli ad Alveoline. Avendo avuto campo di osservare parecchi giacimenti in questi ultimi terreni, parmi che la loro giacitura non differisca sostanzialmente da quella dei giacimenti cretacei: i fenomeni, ai quali questo minerale deve la sua origine, si sarebbero dunque ripetuti a diverse epoche geologiche.

**Biologia.** — *Nuovi fatti e nuovi problemi sulla biologia e sulla sistematica del genere Artemia* (<sup>1</sup>). Nota II del dott. CESARE ARTOM, presentata dal Socio B. GRASSI (<sup>2</sup>).

Oltre i dati riferiti in una mia Nota precedente, un altro fatto occorre prendere in considerazione, al riguardo della biologia dell'*Artemia salina*. Avviene cioè in qualche località che, in mezzo a migliaia di *Artemie* tutte femmine, compaia qualche rarissimo maschio.

Lo Zenker aveva osservato tale fatto nel 1851 a Greifswald (Germania); Samter e Heymons l'osservarono a Molla Kary (mar Caspio) nel 1902; più recentemente, per tacere di altri, Abonye è riuscito ad allevare nei suoi acquarii, oltre le normali femmine partenogenetiche, anche due maschi di *Artemia* da uova che provenivano da Portorose (presso Capodistria).

Io non ho la pretesa di spiegare questi fatti, ma credo che il fenomeno non abbia alcuna importanza.

Nello stesso modo che (anche secondo i partigiani della regola di Dzierzon) può forse avvenire che, eccezionalmente e contrariamente ad ogni aspettativa, da uova fecondate di ape (diploidi) nascano dei maschi invece che delle femmine, così può forse egualmente avvenire che uova di *Artemia*, che dovrebbero dare femmine, dieno invece dei maschi.

Io credo con Nachtsheim (<sup>3</sup>) che tali fenomeni possano tra l'altro essere dovuti alla inattività o di un singolo cromosoma oppure di un complesso di cromosomi.

Dopo quanto si sa al riguardo della sostanza cromatica delle cellule sessuali come regolatrice dei caratteri inerenti al sesso, non vi sarebbe affatto da stupirsi che a qualche semplice anormalità nel modo di maturazione delle cellule germinative possa farsi risalire la causa diretta del nascere di un maschio da un uovo, che per il complesso dei cromosomi sarebbe invece predestinato a dare una femmina.

Piuttosto l'Abonye, in seguito alla sua osservazione, avrebbe potuto prendere in considerazione un'altra ipotesi, e cioè vedere se, per caso, l'apparire di qualche maschio tra le *Artemie* partenogenetiche, possa essere un indice dell'esistenza di un ciclismo tra generazioni partenogenetiche e generazioni amfigoniche. Se l'Abonye invece che dimostrare noncuranza per i dati citolo-

(<sup>1</sup>) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia Comparata dell'Università di Roma.

(<sup>2</sup>) Presentata nella seduta del 4 giugno 1920.

(<sup>3</sup>) H. Nachtsheim, *Entstehen auch aus befruchteten Bienenern Drohnen?* (« Biolog. Centralblatt », Bd. XXXV, n. 3, an. 1915).

gici, i quali invece oramai devono integrare ogni seria ricerca biologica, avesse contemporaneamente fatto qualche osservazione sul modo di maturazione dell'uovo dell'*Artemia* di Portorose e avesse potuto dimostrare che qualche uovo di tale *Artemia* riduce il numero dei cromosomi, emette i due globuli polari e quindi può essere fecondato, egli avrebbe realmente portato un contributo importante di nuovi fatti alla biologia dell'*Artemia* (<sup>1</sup>).

L'Abonye, limitandosi invece a constatare che uova, ch'io credo sino a prova contraria predestinate, per la loro costituzione cromatinica, a dare femmine, possono eccezionalmente dare maschi, non ha trovato nulla di nuovo; e non comprendo poi la sua arditezza nel sostenere, unicamente in seguito a tale semplice constatazione, che la separazione netta tra l'*Artemia* partenogenetica *bivalens* di Capodistria e l'*Artemia* amfigonica *univalens* di Cagliari, separazione da me istituita, in base a evidentissimi dati citologici, non ha oramai più ragione di esistere.

Dopo tutto quanto ho esposto, non credo di dovere ulteriormente esaltare l'importanza che l'*Artemia salina* ha dal punto di vista dei problemi della genetica generale. Basterà solo accennare che è stato recentemente dimostrato in parecchie specie vegetali, al di fuori dei mutanti tetraploidi del genere *Oenothera*, che con l'acquisizione del tetraploidismo sorgono contemporaneamente nuovi fattori ereditari. Uno dei casi più belli riguardante tale questione di importanza veramente notevole, in quanto che dimostrerebbe quale può essere in natura uno dei metodi per cui possono formarsi degli organismi con caratteri del tutto nuovi e bene stabilizzati, per il fatto ch'essi sono in intima dipendenza con una nuova costituzione delle cellule germinative, è quello illustrato dal Gregory a proposito della *Primula sinensis* (<sup>2</sup>). L'autore sarebbe infatti riuscito a dimostrare che nelle due razze giganti tetraploidi, di cui una sicuramente ottenuta dalla razza diploide, la duplicità dei fattori ereditari, messi molto bene in evidenza mediante l'incrocio, è con ogni probabilità in relazione coll'intervenuto fenomeno del tetraploidismo.

A me pare quindi che il continuare le osservazioni sulla biologia della *Artemia salina* possa portare a dei risultati veramente notevoli. Per questo io mi sono accinto recentemente allo studio delle *Artemie* di circa venti lo-

(<sup>1</sup>) Credo opportuno di dovere ricordare a questo proposito che le osservazioni di Brauer, le quali sono riportate tutt'ora in tutti i Trattati, e dimostrerebbero per l'uovo dell'*Artemia* di Capodistria, in via però eccezionale, la formazione e l'emissione di un secondo globulo polare e anche talvolta la fusione di questo col pronucleo ovarico, non sono state confermate né dalle mie ricerche, né da quelle di Petrunkevitsch e di Fries. I dati di Brauer (credo legittimamente) sono stati interpretati come fasi anomale dovute a processi patologici dell'uovo.

(<sup>2</sup>) Gregory R. P., *On the genetics of tetraploid plants in "Primula sinensis"*, (« Proceedings of the Royal Society of London », vol. LXXXVII, pag. 484, an. 1914).

calità, provenienti quasi tutte da un'importante collezione del museo di Parigi, essenzialmente con lo scopo di vedere se le *Artemie* (secondo i miei pronostici) possono realmente dividersi in due gruppi, uno *micropirenico*, cioè a nuclei piccoli, e l'altro *macropirenico*, cioè a nuclei grandi; ma altresì per indicare a quanti prendano a cuore l'argomento, quali sono le località nelle quali la raccolta e lo studio delle *Artemie* ripromette i più interessanti risultati. Indicazione questa che io credo preziosa, in quanto che sono convinto che l'*Artemia salina* può servire ancora ulteriormente a risolvere importanti problemi di genetica generale.

Prima però di riferire i risultati a cui sono pervenuto con l'indagine citologica delle cellule somatiche delle *Artemie* di svariate località, credo opportuno riassumere brevemente lo stato attuale degli studii sulla variazione e sulla posizione sistematica del genere *Artemia*; studii i quali, in seguito ai fatti da me messi in evidenza, dovranno anch'essi, come ben si comprende, perseguire nuovi indirizzi e nuovi orientamenti.

Come è ben noto, i classici esperimenti dello Schmankewitsch sulla variazione dell'*Artemia salina*, uniti a parecchie osservazioni su alcune specie di un genere affine (*Branchipus*), hanno cercato in definitiva di dare una base sperimentale ad uno dei principali presupposti darwiniani: e che cioè quella, che comunemente viene definita come « specie », non sarebbe per nulla una entità reale, ma sarebbe invece un complesso di individui riuniti insieme arbitrariamente.

In tali individui sarebbero bensì accumulati parecchi determinati caratteri: però per nulla costanti, in quanto soggetti ad una grande fluttuazione. In breve, chi si mettesse nelle opportune condizioni per studiare completamente lo svariato campo della variabilità di tutti i componenti della cosiddetta specie, si troverebbe di fronte a difficoltà molto gravi, sia per tracciare dei limiti ben definiti, sia più che tutto per separarla nettamente dalle specie immediatamente vicine. Donde la conclusione che la specie non corrisponderebbe ad una entità reale, ma sarebbe invece una concezione arbitraria.

Lo Schmankewitsch per l'appunto ha creduto di poter offrire coll'esperimento una dimostrazione del come una specie (*Artemia salina*) possa essere, per mezzo di graduali passaggi, facilmente connessa con un'altra (*Artemia milhausenii*); e del come inoltre possano le semplici variazioni delle condizioni d'ambiente far convergere una specie di un genere (*Artemia*) verso alcune specie di un altro genere (*Branchipus*).

Credo che occorra appena avvertire che oggi, se rimane integra tutta l'accurata parte sperimentale del lavoro dello Schmankewitsch, le sue deduzioni teoriche hanno perduto ogni e qualsiasi valore.

Infatti (specialmente dopo l'accurata opera sistematica del Daday sui *Filopodi anostraci*) sappiamo oramai che il *Branchipus medius* non è già,

come voleva lo Schmankewitsch, una forma intermedia tra il *Branchipus ferox* M. Edw. e il genere *Artemia*, ma invece differisce notevolmente dall'*Artemia*, tanto da essere, sotto il nome di *Branchinectella salina* Dad., collocato nella sotto-famiglia *Branchinectinae* a cui appartiene del resto anche il *Branchipus ferox* M. Edw., collocato però in un nuovo genere (*Branchinecta*).

Così pure sappiamo che il *Branchipus spinosus* M. Edw., il quale, in relazione col suo pieno adattamento alla vita nelle acque poco saline, mostrerebbe singolari rapporti di convergenza verso l'*Artemia salina* delle basse concentrazioni, è molto discosto dal genere *Artemia*, tanto da essere collocato dal Daday in tutt'altra famiglia e cioè nelle *Chirocephalidae* e nel genere *Branchinella* (*Branchinella spinosa* M. Edw.).

E infine oramai noi sappiamo in modo incontestabile, al riguardo dell'*Artemia salina*, che tutte le varietà create dallo Schmankewitsch allo scopo di dimostrare gli anelli di passaggio tra una specie e l'altra, sono invece individui appartenenti tutti ad una sola specie (*Artemia salina* L.), più o meno modificati sotto l'influsso di un determinato fattore, la « salsedine ».

Dal punto di vista della sistematica, le venti specie circa, che sussistevano nel genere *Artemia* ancora circa vent'anni fa, sono poi oggi ricondotte con fondatissima ragione ad una unica specie cosmopolita; e forse la stessa *Artemia Jelschiyi* Grube (sub-genere *Callaonella*) deve considerarsi un'*Artemia salina*, la quale, per il suo speciale adattamento a vivere nelle acque dolci, ha acquisito lo speciale carattere (del resto di assai lieve importanza) di possedere un addome alquanto più corto del capo-torace.

Come ho detto, le varietà di *Artemia salina* non hanno ragione di sussistere nel senso voluto dallo Schmankewitsch, ma esse però sussistono (per lo meno per quanto riguarda lo sviluppo dei cercopodii o *furca*) come altrettanti tipi caratteristici di una determinata salsedine. Così, per esempio, coi miei esperimenti e colle mie osservazioni<sup>(1)</sup> (pag. 11) ho potuto sin dal 1906 concludere tra l'altro che la variazione dell'*Artemia salina* può ritenersi caratteristica per una determinata salsedine, purchè le condizioni d'ambiente, in cui l'individuo *Artemia* nasce e si sviluppa, sieno mantenute sempre costanti. Così che il fatto occorso a Samter e Heymons, a Bateson, ecc., di trovare insieme riunite le più differenti varietà d'*Artemia*, non è se non la naturale conseguenza della grande instabilità delle condizioni di salsedine in cui venne raccolto il materiale; di guisa che, insieme con *Artemie* che sono nate e cresciute in acque di una determinata salsedine, se ne devono trovare unite altre le quali sono nate e cresciute in acque a salsedine com-

(1) C. Artom, *Ricerche sperimentali sulla variazione dell' "Artemia salina Lin."* d. Cagliari, « Biologica », vol 1°, n. 14, Torino, C. Clausen, 1907.

pletamente diversa, rimanendo però conservata integra nelle une e nelle altre la propria caratteristica variazione acquisita durante lo sviluppo.

Che si possa veramente parlare di altrettanti tipi per ogni determinata concentrazione si può facilmente dimostrare facendo gli allevamenti di *Artemia* in acquarii in cui la salsedine sia sempre mantenuta costante; l'Abonye, il quale ottiene in tal modo delle varietà di *Artemia* notevolmente costanti, e conferma quindi completamente le mie precedenti conclusioni, può con piena ragione assumere l'antica specie *Artemia principalis* Sim. come tipo delle basse concentrazioni; l'*Artemia arietina* S. Fisch. come tipo delle medie concentrazioni; l'*Artemia milhausenii* G. Fisch. come tipo delle concentrazioni elevate; e infine l'*Artemia salina köppeniana* S. Fisch. come tipo delle concentrazioni elevatissime.

*Entomologia. — Ricerche sulla nutrizione dell'Anopheles claviger.* Nota di MARIA GENNA, presentata dal Socio B. GRASSI<sup>(1)</sup>.

In questa Nota espongo, in riassunto, i risultati principali di una serie di ricerche, da me eseguite, sulla nutrizione dell'*Anopheles claviger*<sup>(2)</sup>.

In primo luogo ho studiato alcune questioni riguardanti l'alimentazione in generale. Mi risulta, da ripetuti esperimenti, che gli anofeli, tanto maschi quanto femmine, non si nutrono di succhi di erbe come affermano alcuni autori. Difatti all'esame microscopico del loro apparato digerente non s'incontra mai clorofilla, né amido, né cellule vegetali. Per un'ulteriore prova, ho messo gli anofeli in presenza di rametti di alcune piante che fanno comunemente parte della flora ove essi si sviluppano e vivono. Le piante di cui mi sono servita per questi esperimenti sono: *Phyllirea variabilis*<sup>(3)</sup>, *Juniperus macrocarpa*, *Amaranthus retroflexus*, *Euphorbia terracina*, *Sporobulus punge*, *Sambucus ebulus*; gli anofeli non le hanno punte e son morti tutti per inanizione.

Invece i liquidi più o meno zuccherini sono presi volentieri dagli anofeli; essi costituiscono l'alimento esclusivo del maschio, ma la femmina non matura le uova allorchè si nutre solo di queste sostanze. Per questa funzione è indispensabile l'alimentazione con sangue, probabilmente per il contenuto di questo in sostanze proteiche. Non occorre, d'altra parte, che la femmina

<sup>(1)</sup> Presentata nella seduta del 4 giugno 1920.

<sup>(2)</sup> Le ricerche di natura biologica e sperimentale sono state eseguite presso la Stazione antimalaria di Fiumicino diretta dal prof. B. Grassi, che ringrazio per i consigli datimi. Le osservazioni microscopiche sono state eseguite nel laboratorio di Anatomia comparata della R. Università di Roma, con la guida della prof.<sup>ssa</sup> A. Foà, che vivamente ringrazio.

<sup>(3)</sup> Queste piante mi sono state in parte classificate dal prof. Carano, che ringrazio.

sia libera e fecondata prima di succhiare sangue; anche quelle nate in cattività e vergini lo succhiano facilmente, contrariamente a quanto si afferma da qualcuno. Quando ha le uova apparentemente mature, la femmina rifiuta qualsiasi cibo: questo ho constatato, oltre che osservando un gran numero di zanzare catturate, nelle quali tutte quelle con le uova più o meno mature presentano l'intestino vuoto, anche con l'esperimento diretto, cioè mettendo gli anofeli con uova molto grosse in presenza di succhi zuccherini, o dando loro l'occasione di succhiare sangue.

Se la femmina, mentre succhia, viene scacciata quando ancora non è sazia, torna a succhiare sino a riempirsi di sangue: un'anofele venne a pungermi per ben tre volte, essendo stata da me allontanata sempre dopo aver succhiato una certa quantità di sangue.

Ho rivolto la mia attenzione al processo digestivo del sangue. In estate la digestione si compie molto rapidamente; in generale in questa stagione la femmina matura le uova dopo aver preso sangue una sola volta, per cui, seguendo il processo della digestione, si assiste al graduale sviluppo delle uova. Inoltre, allorchè la zanzara si è nutrita di sangue, il suo addome lungo e cilindroide si rigonfia, talvolta sino a divenire globoso. Esso presenta un colore rosso più o meno vivo, secondo che l'insetto ha succhiato da poco o molto tempo; e il sangue occupa un numero di segmenti dell'addome maggiore o minore secondo che la digestione è meno o più avanzata.

Partendo dal fatto che l'intestino medio dell'anofele risulta, come è noto, di una parte anteriore ristretta, detta collo dello stomaco, e di una posteriore allargata, che è lo stomaco propriamente detto, ho cercato, dietro consiglio della prof.<sup>ssa</sup> Foà, di stabilire se la differenza di forma, che esiste in queste due parti, fosse solo in rapporto all'accumulo di sangue nella parte posteriore o se corrispondesse anche a una diversità di struttura delle cellule stesse.

In zanzare digiune il tratto ristretto si estende fino quasi al secondo anello addominale; in zanzare che hanno succhiato sangue da poco esso subisce una piccola dilatazione e si estende un po' meno all'indietro. Una differenza evidente si rileva nell'epitelio che riveste queste due parti, differenza, oltre che nella forma delle cellule, anche nella loro funzione. Infatti, durante il processo digestivo questi epitelii entrano alternativamente in attività secretoria, dando origine a due secreti che al microscopio appariscono diversi non solo per l'aspetto, ma anche per il modo di comportarsi rispetto alle sostanze coloranti. Considerando sinteticamente le caratteristiche modificazioni morfologiche dell'epitelio dell'intestino medio nei vari stadi della digestione, scaturisce chiara un'alternanza di funzione secretiva fra la parte ristretta e quella dilatata; ora, siccome il sangue si viene a trovare nel tratto ristretto solo per pochissimo tempo, quasi di passaggio, per fermarsi poi nella parte dilatata, è da pensare che il tratto ristretto abbia solo funzione di secrezione, mentre quello dilatato avrebbe funzione di secrezione e

di assorbimento. In accordo con quanto si sa per le altre forme, è possibile che il secreto della parte ristretta serva ad attivare e a preparare la secrezione di quella dilatata.

Il processo digestivo del sangue nell'anofele, in complesso, si svolge nell'intestino medio e precisamente dall'indietro all'avanti, dalla superficie della massa del sangue che più direttamente è a contatto con l'epitelio, verso il centro della massa stessa.

Ora, ecordinando le surriferite osservazioni macro e microscopiche, ritengo ben fondata una divisione del processo digestivo del sangue nell'anofele, durante il periodo estivo, in cinque stadi successivi. Questi stadi differiscono tra di loro essenzialmente per l'aspetto esterno dell'addome, per le modificazioni dell'epitelio dell'intestino medio e per il grado di maturazione delle uova. Ognuno di essi corrisponde ad un certo periodo di tempo dall'inizio del processo digestivo, periodo di tempo che ho determinato sperimentalmente durante i mesi di luglio e agosto.

L'anofele, appena nata o subito dopo la deposizione delle uova, presenta l'addome sottile di forma cilindroide, del tutto privo di sangue e con uova molto arretrate nello sviluppo; nell'intestino medio il tratto ristretto presenta un secreto che non si colora né con l'ematossilina né con l'eosina, mentre la parte dilatata si mostra priva di qualsiasi secreto (I stadio).

Durante il primo giorno e mezzo circa dall'ingestione del sangue, l'anofele presenta l'addome rigonfio di sangue, la cui massa, guardando l'animale di lato, assume una forma più o meno trapezoidale; essa lascia liberi alcuni segmenti dell'addome posteriormente, e precisamente da due a tre ventralmente, da tre a cinque e mezzo dorsalmente. Le uova cominciano a crescere. Nell'intestino medio il tratto ristretto non presenta più secreto alcuno, mentre la parte dilatata mostra nella metà posteriore un secreto colorantesi con l'ematossilina (II stadio).

Dopo il primo giorno e mezzo dall'ingestione del sangue, l'anofele presenta l'addome ancora con sangue, che però lascia liberi posteriormente alquanti segmenti: da due e mezzo a tre e mezzo ventralmente e da sei a sette dorsalmente. Le uova sono grosse. Nell'intestino medio il tratto ristretto presenta di nuovo un secreto incoloro, mentre la parte dilatata si mostra priva di qualsiasi secreto (III stadio).

Dopo due giorni, fino a due giorni e mezzo circa, dall'ingestione del sangue, l'anofele presenta l'addome con una piccola quantità di sangue, limitata alla parte ventrale: essa lascia liberi tutti i segmenti dorsalmente e tre o quattro ventralmente. Nell'intestino medio il tratto ristretto non presenta secreto alcuno, mentre la parte dilatata mostra in tutto il suo epitelio una gran quantità di secreto colorantesi con l'ematossilina (IV stadio).

Dopo due giorni e mezzo dall'ingestione del sangue, l'anofele, in estate, presenta l'addome privo di sangue, ma rigonfio per le uova mature. Nel-

l'intestino medio sia il tratto ristretto sia quello dilatato non presentano secreto alcuno (V stadio).

Durante le ricerche sulla digestione dell'anofele, più volte mi è venuto il sospetto che la digestione del sangue e quella dei liquidi diversi da questo dovessero aver luogo in parti diverse del tubo intestinale.

Per definire la questione, ho nutrito anofeli, sia maschi sia femmine, con succo zuccherato di barbabietole rosse, con succo di ciliege e con altri liquidi ancora più intensamente colorati, in modo da poterli facilmente osservare nelle varie parti dell'apparato digerente, ed ho esaminato l'intestino nelle varie ore successive all'ingestione del cibo, fin quasi alla sua completa scomparsa. Ho così constatato che, mentre il sangue dopo poche ore non si trova più nei succhiatofi, bensì è tutto nella parte dilatata dell'intestino medio, i liquidi diversi dal sangue, invece, si trovano nella quasi totalità nei succhiatofi fino a 24 ore ed oltre dall'ingestione, cioè fin quasi alla loro completa scomparsa dall'apparato digerente; in questo tempo nell'intestino medio e posteriore si trovano solo tracce di questi liquidi.

Per meglio studiare il comportamento dei succhiatofi e dell'intestino medio rispetto ai due generi d'alimentazione, ho tentato ripetutamente d'indurre l'anofele a succhiare sangue dopo aver succhiato piccole quantità di liquidi zuccherini; ma, malgrado l'insistenza, non vi sono finora riuscita. In caso positivo, sarebbe stato interessante di osservare il comportamento del liquido accumulato nei succhiatofi, di fronte al sangue entrato dopo.

Alla suddetta differenza fra la digestione del sangue e quella dei liquidi zuccherini corrisponde una differenza fra l'ingestione dell'uno e quella degli altri, messa in luce dallo Schaudinn (<sup>1</sup>). Questi, difatti, afferma che, quando l'anofele succhia sangue, compie una prima violenta contrazione di tutto il corpo, oltre a successive contrazioni meno intense; e, a proposito della prima contrazione, nota di non averla mai osservata in zanzare che prendono acqua o altri liquidi.

(<sup>1</sup>) Schaudinn, *Arbeiten aus dem kaiserlichen Gesundheitsamte*, B. S. XX, pag. 408.